

4 PROBLEMAS ARITMÉTICOS

1 ► RAZONES Y PROPORCIONES

Página 59

1 Escribe la razón de cada pareja de números:

a) 6 y 7

b) 6 y 10

c) 20 y 30

d) 12 y 48

a) $\frac{6}{7}$

b) $\frac{6}{10} = \frac{3}{5}$

c) $\frac{20}{30} = \frac{2}{3}$

d) $\frac{12}{48} = \frac{1}{4}$

2 Elige la respuesta correcta en cada caso:

a) La razón de 3 y 18 es: $\frac{3}{8}$, $\frac{1}{6}$, $\frac{2}{3}$

b) La razón de 18 y 24 es: $\frac{3}{4}$, $\frac{6}{12}$, $\frac{1}{9}$

a) $\frac{1}{6}$ porque $\frac{3}{18} = \frac{1}{6}$

b) $\frac{3}{4}$ porque $\frac{18}{24} = \frac{3}{4}$

3 Laura tiene 15 años, y su hermano, 18. ¿Cuál es la razón de sus edades?

La razón entre las edades de Laura y su hermano es $\frac{15}{18} = \frac{5}{6}$

4 Escribe tres parejas de números que estén en razón de 2 a 3.

Por ejemplo: 2 y 3, 4 y 6, 10 y 15, 12 y 18

5 Calcula el término desconocido en cada una de las siguientes proporciones:

a) $\frac{5}{9} = \frac{65}{x}$

b) $\frac{52}{8} = \frac{x}{10}$

c) $\frac{49}{x} = \frac{28}{60}$

a) $\frac{5}{9} = \frac{65}{x} \rightarrow x = \frac{65 \cdot 9}{5} = 117$

b) $\frac{52}{8} = \frac{x}{10} \rightarrow x = \frac{52 \cdot 10}{8} = 65$

c) $\frac{49}{x} = \frac{28}{60} \rightarrow x = \frac{60 \cdot 49}{28} = 105$

6 Mi peso y el de mi hermana pequeña están en razón de 5 a 4. Si yo peso 60 kilos, ¿cuánto pesa mi hermana pequeña?

x = peso de mi hermana

$$\frac{5}{4} = \frac{60}{x} \rightarrow x = \frac{60 \cdot 4}{5} = 48$$

Mi hermana pequeña pesa 48 kg.

2 ▶ PROPORCIONALIDAD SIMPLE

Página 60

1 Resuelve mentalmente.

- En la fuente, hemos tardado 40 segundos en llenar un bidón de 20 litros. ¿Cuántos litros arroja la fuente por minuto?
- Hemos pagado 220 € por una estancia de hotel de cuatro días. ¿Cuánto habríamos pagado si hubiéramos permanecido un día más?
- Un caminante ha recorrido 7,5 km en hora y media. Si sigue al mismo ritmo, ¿qué distancia recorrerá en dos horas?
- Una ciclista ha recorrido 10 km en 40 minutos. Si continúa a la misma velocidad, ¿cuánto tardará en recorrer otros 12 kilómetros?
- Un melón de dos kilos y medio ha costado 5 €. ¿Cuánto costará otro melón de tres kilos?
- Un aparcamiento cobra 2,40 euros la hora. ¿Cuánto pagaré por una estancia de dos horas y quince minutos?

a) $(20 : 40) \cdot 60 = 30$ litros

b) $(220 : 4) \cdot 5 = 275$ €

c) $(7,5 : 1,5) \cdot 2 = 10$ km

d) $(40 : 10) \cdot 12 = 48$ min

e) $(5 : 2,5) \cdot 3 = 6$ kg

f) $2,4 \cdot 2,25 = 5,4$ €

2 Pablo ha pagado 3 € por 2,5 kg de peras. ¿Cuánto le costarán a Alicia 3,8 kg de esas mismas peras?

$$\left. \begin{array}{l} 2,5 \text{ kg} \rightarrow 3 \text{ €} \\ 3,8 \text{ kg} \rightarrow x \end{array} \right\} \rightarrow \frac{2,5}{3,8} = \frac{3}{x} \rightarrow x = \frac{3 \cdot 3,8}{2,5} = 4,56 \text{ €}$$

3,8 kilos de esas mismas peras costarán 4,56 €

3 Una bomba que extrae agua de un pozo llena una cisterna de 7 000 litros en 1 h 10 min. ¿Cuánto tardará en llenar otra cisterna de 11 000 litros?

$$\left. \begin{array}{l} 7\,000 \text{ l} \rightarrow 70 \text{ min} \\ 11\,000 \text{ l} \rightarrow x \end{array} \right\} \rightarrow \frac{7\,000}{11\,000} = \frac{70}{x} \rightarrow x = \frac{70 \cdot 11\,000}{7\,000} = 110 \text{ min}$$

110 min = 1 hora y 50 min

Tardará 1 hora y 50 minutos en llenar otra cisterna de 11 000 litros.

- 4** El peaje de un tramo de autopista contabilizó el lunes el paso de 13 584 vehículos y recaudó 98 891,52 €. ¿Cuántos vehículos se estima que pasaron el martes, que tuvo una recaudación de 105 427,59 €?

$$\left. \begin{array}{l} 13\,584 \text{ vehículos} \rightarrow 98\,891,52 \text{ €} \\ x \quad \quad \quad \rightarrow 105\,427,59 \text{ €} \end{array} \right\} \rightarrow \frac{13\,584}{x} = \frac{98\,891,52}{105\,427,59} \rightarrow$$

$$\rightarrow x = \frac{13\,584 \cdot 105\,427,59}{98\,891,52} = 14\,481,81 \approx 14\,482 \text{ vehículos}$$

Se estima que el martes pasaron 14 482 vehículos.

- 5** La tabla informa del precio (€) de ciertas piedras preciosas según su masa (quilates):

QUILATES	0,25	0,5	1	1,5	2	2,5
€	375	560	1 265	2 850	6 500	14 500

Está claro que, a más masa, más precio, pero... ¿se trata de una relación de proporcionalidad? Explica tu respuesta.

Calculamos las razones entre cada par de datos y las comparamos:

$$\begin{aligned} \frac{0,25}{375} = \frac{1}{1500} &\neq \frac{0,5}{560} = \frac{1}{1120} \neq \frac{1}{1265} \neq \frac{1,5}{2850} = \frac{1}{1900} \neq \frac{2}{6500} = \frac{1}{3250} \neq \\ &\neq \frac{2,5}{14500} = \frac{1}{5800} \end{aligned}$$

No se trata de una relación de proporcionalidad, pues las razones de proporcionalidad entre los pares de datos son diferentes.

6 Resuelve mentalmente. Si no sale, utiliza lápiz y papel.

- a) Alberto tiene un álbum de fotos, de 30 páginas, con 4 fotos en cada página. ¿Cuántas páginas habría ocupado colocando 6 fotos en cada una?
- b) Una granjera tiene pienso para alimentar a sus 8 terneros durante 30 días. ¿Cuánto le duraría el pienso si fueran 10 terneros?
- c) Una cuadrilla de 10 personas recolecta un huerto de frutales en 6 horas. ¿Cuántas horas habrían tardado con una persona menos?
- d) Para servir un pedido de pañuelos, un taller de confección prepara 36 cajas con 15 pañuelos en cada una. ¿Cuántas habría necesitado si hubiera puesto 20 pañuelos en cada caja?
- e) Un grifo con un caudal de tres litros por segundo llena un depósito en 12 horas. ¿Cuál debería ser el caudal para llenar el depósito en solo 9 horas?
- f) Una ciclista, a 10 km/h, tarda 30 minutos en ir desde su casa al pueblo vecino.
¿Cuánto tardaría si fuera a 15 km/h?
¿A qué velocidad debería ir para cubrir ese mismo recorrido en 40 minutos?

a) $(30 \cdot 4) : 6 = 20$ páginas

b) $(8 \cdot 30) : 10 = 24$ días

c) $(10 \cdot 6) : (10 - 1) = 60 : 9 = \frac{60}{9} = 6 + \frac{2}{3} = 6$ horas y 40 min

d) $(36 \cdot 15) : 20 = 540 : 20 = 27$ cajas

e) $(12 \cdot 3) : 9 = 4$ litros por segundo

f) $(10 \cdot 30) : 15 = 20$ minutos

$(10 \cdot 30) : 40 = 7,5$ km/h

7 Un granjero envasa su producción de huevos en 150 cajas de 10 unidades. ¿Cuántas cajas habría necesitado si hubieran sido de 12 unidades?

$$\left. \begin{array}{l} 10 \text{ huevos} \rightarrow 150 \text{ cajas} \\ 12 \text{ huevos} \rightarrow x \end{array} \right\} \rightarrow \frac{12}{10} = \frac{150}{x} \rightarrow x = \frac{150 \cdot 10}{12} = 125 \text{ cajas}$$

Habría necesitado 125 cajas.

8 Una empresa de fruta compra 1 700 kg de manzanas a 0,40 €/kg. ¿Cuántos kilos habría podido adquirir con el mismo presupuesto pagando las manzanas a 35 céntimos el kilo?

$$\left. \begin{array}{l} 0,40 \text{ €/kg} \rightarrow 1700 \text{ kg} \\ 0,35 \text{ €/kg} \rightarrow x \end{array} \right\} \rightarrow \frac{0,35}{0,40} = \frac{1700}{x} \rightarrow x = \frac{1700 \cdot 0,40}{0,35} = 1942,86 \text{ kg de manzanas}$$

Con el mismo presupuesto habría podido adquirir 1 942,86 kg

9 Un camión, a 80 km/h, realiza un trayecto en cuatro horas y media. ¿Qué velocidad debería llevar para hacer el trayecto en cuatro horas?

$$\left. \begin{array}{l} 80 \text{ km/h} \rightarrow 4,5 \text{ horas} \\ x \rightarrow 4 \text{ horas} \end{array} \right\} \rightarrow \frac{4}{4,5} = \frac{80}{x} \rightarrow x = \frac{80 \cdot 4,5}{4} = 90 \text{ km/h}$$

Debería llevar una velocidad de 90 km/h.

- 10** En un pueblo agrícola, que padece sequía, cada regante tiene asignada una cuota fija de agua. Un hortelano hace esta cuenta: si riego mi huerta completa, tengo agua para 60 días. ¿Podrá regar todo el verano si solo riega las tres cuartas partes?

$$\left. \begin{array}{l} 1 \text{ huerta} \rightarrow 60 \text{ días} \\ \frac{3}{4} \text{ de huerta} \rightarrow x \end{array} \right\} \rightarrow \frac{\frac{3}{4}}{1} = \frac{60}{x} \rightarrow x = \frac{60}{\frac{3}{4}} = 60 : \frac{3}{4} = (60 : 3) \cdot 4 = 80 \text{ días}$$

Si riega las tres cuartas partes del huerto tendría agua para 80 días, por tanto, no podría regar todo el verano.

- 11** La tabla informa de los puntos que se obtienen en un juego de ordenador según los fallos cometidos:

FALLOS	0	1	2	3	4 o más
PUNTOS	1000	500	100	10	0

A más fallos, menos puntos, pero... ¿se trata de una relación de proporcionalidad? Explica tu respuesta.

No, no es una relación de proporcionalidad porque $0 \cdot 1000 \neq 1 \cdot 500 \neq 2 \cdot 100 \neq 3 \cdot 10$.

3 ► PROPORCIONALIDAD COMPUESTA

Página 62

Resuelve

- Transportar 1 kg a 1 km cuesta 0,032 €.
- Transportar 15 kg a 1 km cuesta ... euros.
- Transportar 15 kg a 120 km cuesta ... euros.
- Transportar 15 kg a 1 km cuesta $15 \cdot 0,032 = 0,48$ euros.
- Transportar 15 kg a 120 km cuesta $(15 \cdot 0,032) \cdot 120 = 57,60$ euros.

Resuelve

- Un caballo, con un kilo de pienso, come 0,8 días.
- Un caballo, con 450 kilos de pienso, come ... días.
- 18 caballos, con 450 kilos de pienso, comen ... días.
- Un caballo, con 450 kilos de pienso, come $450 \cdot 0,8 = 360$ días.
- 18 caballos, con 450 kilos de pienso, comen $(450 \cdot 0,8) : 18 = 20$ días.

Página 63

Resuelve

- Una pala, trabajando una hora al día, tarda 180 días.
- Una pala, trabajando 12 horas al día, tarda ... días.
- Tres palas, trabajando 12 horas al día, tardan ... días.
- Una pala, trabajando 12 horas al día, tarda $180 : 12 = 15$ días.
- Tres palas, trabajando 12 horas al día, tardan $(180 : 12) : 3 = 5$ días

1 Resuelve mentalmente.

- a) Dos operarias pintan 12 metros de pared en tres horas. ¿Cuántos metros pintan cuatro operarias en tres horas?
¿Y cuatro operarias en una hora?
- b) Para alimentar a 12 vacas durante 4 días, se necesitan 4 cargas de heno. ¿Cuántas cargas se necesitan para alimentar a 6 vacas durante 8 días?
- c) Tres máquinas cosechadoras, trabajando jornadas de 10 horas, recolectan un campo de cebada en 4 días. ¿Cuántas horas al día deberían trabajar para hacer el trabajo en solo dos días?

¿Y para hacerlo en dos días con cuatro máquinas?

- a) Cuatro operarios pintan $(4 : 2) \cdot 12 = 24$ m de pared en 3 horas. Y, en una hora pintan $24 : 3 = 8$ m de pared.
- b) Para alimentar a una vaca durante un día se necesita $(4 : 12) : 3 = \frac{1}{9}$ de carga de heno.
Por tanto, para alimentar a 6 vacas durante 8 días se necesitan $\frac{1}{9} \cdot 6 \cdot 8 = \frac{16}{3}$ cargas.
- c) Para hacer el trabajo en solo dos días debería trabajar $10 \cdot 2 = 20$ horas al día.

P. INVERSA	P. INVERSA	
↙ ↘	↙ ↘	
Máquinas	Horas	Días
3	10	4
4	x	2

$$\frac{4}{3} \cdot \frac{2}{4} = \frac{10}{x} \rightarrow x = \frac{10 \cdot 3}{2} = 15 \text{ horas}$$

Y, para hacerlo en cuatro días con cuatro máquinas, deberían trabajar 15 horas al día.

2 500 gallinas, en una semana, han dado una producción de 3 045 huevos. ¿Qué producción se puede esperar de 700 gallinas en 15 días?

	P. DIRECTA	
P. DIRECTA	↙ ↘	
Gallinas	Días	Huevos
500	7	3 045
700	15	x

$$\frac{500}{700} \cdot \frac{7}{15} = \frac{3045}{x} \rightarrow x = \frac{3045 \cdot 700 \cdot 15}{500 \cdot 7} = 9135 \text{ huevos}$$

Con 700 gallinas en 15 días, se producirán 9135 huevos.

- 3** Un vehículo, a la velocidad de 3 m/s, da 14 vueltas a un circuito en 4 horas. ¿Cuántas vueltas dará a ese mismo circuito, en 6 horas, si va a una velocidad de 5 metros por segundo?

m/s	Vueltas	Horas
3	14	4
5	x	6

$$\frac{3}{5} \cdot \frac{4}{6} = \frac{14}{x} \rightarrow x = \frac{14 \cdot 5 \cdot 6}{3 \cdot 4} = 35 \text{ vueltas}$$

A 5m/s durante 6 horas, dará 35 vueltas a ese mismo circuito.

- 4** Para alimentar a 250 terneros durante un mes, se necesitan 240 sacos de leche en polvo de 40 kilos. ¿Cuántos sacos de 25 kilos, de ese mismo producto, se necesitarían para alimentar a 100 terneros durante el mismo tiempo?

Terneros	Sacos	kg/saco
250	240	40
100	x	25

$$\frac{250}{100} \cdot \frac{25}{40} = \frac{240}{x} \rightarrow x = \frac{240 \cdot 100 \cdot 40}{250 \cdot 25} = 153,6 \text{ sacos}$$

Para alimentar a 100 terneros con sacos de 25 kg se necesitan 154 sacos.

- 5** 18 personas invierten 18 horas de trabajo en cosechar un huerto de melocotones de 2,1 hectáreas. ¿Cuántas personas habrá que contratar para recolectar otro huerto de similares características, con una superficie de 3,5 hectáreas, si se desea realizar la cosecha en 20 horas?

Personas	Horas	Hectáreas
18	18	2,1
x	20	3,5

$$\frac{18}{x} = \frac{20}{18} \cdot \frac{2,1}{3,5} \rightarrow x = \frac{18 \cdot 18 \cdot 3,5}{20 \cdot 2,1} = 27 \text{ personas}$$

Para recolectar 3,5 hectáreas en 20 horas habrá que contratar a 27 personas.

- 6 Tres bocas de riego, con un caudal de 15 litros/segundo, llenan el depósito de abastecimiento de agua de una población en 45 minutos. ¿Cuánto tiempo tardaría en llenarse el depósito si los grifos tuvieran un caudal de 1,8 litros/segundo y se abrieran solo dos grifos?

Bocas de riego	Caudal (l/s)	Tiempo (min)
3	15	45
2	1,8	x

P. INVERSA (arco sobre Bocas de riego y Tiempo)
P. INVERSA (arco sobre Caudal y Tiempo)

$$\frac{2}{3} \cdot \frac{1,8}{15} = \frac{45}{x} \rightarrow x = \frac{45 \cdot 15 \cdot 3}{2 \cdot 1,8} = 562,5 \text{ min} = 9 \text{ horas y } 22,5 \text{ minutos}$$

El depósito tardaría en llenarse 9 horas y 22,5 minutos

- 7 Una granja necesita 50 pacas de alfalfa para alimentar a 85 vacas durante 30 días.

a) ¿Cuántas pacas necesita para alimentar a 20 vacas durante 45 días?

b) ¿Cuántos días podrá alimentar a 25 vacas con 35 pacas?

a)

Pacas de alfalfa	Vacas	Días
50	85	30
x	20	45

P. DIRECTA (arco sobre Pacas de alfalfa y Días)
P. DIRECTA (arco sobre Vacas y Días)

$$\frac{50}{x} = \frac{85}{20} \cdot \frac{30}{45} \rightarrow x = \frac{50 \cdot 20 \cdot 45}{85 \cdot 30} = 17,65 \text{ pacas}$$

Necesitará 18 pacas de alfalfa para alimentar a 20 vacas durante 45 días.

b)

Pacas de alfalfa	Vacas	Días
50	85	30
35	25	x

P. DIRECTA (arco sobre Pacas de alfalfa y Días)
P. INVERSA (arco sobre Vacas y Días)

$$\frac{50}{35} \cdot \frac{25}{85} = \frac{30}{x} \rightarrow x = \frac{30 \cdot 35 \cdot 85}{50 \cdot 25} = 71,4 \text{ días}$$

Podrá alimentar a 25 vacas con 35 pacas durante 71,4 días.

8 Una población de 50 000 habitantes consume 150 000 m³ de agua en cuatro meses.

- a) ¿Cuántos metros cúbicos se prevé que consumirá en tres meses otra población, de características similares, con 40 000 habitantes?
- b) ¿Para cuántos meses tiene asegurado el abastecimiento de agua una población de 40 000 habitantes que tiene unas reservas de 90 000 m³?

a)

Habitantes	Agua (m ³)	Meses
50 000	150 000	4
40 000	x	3

$$\frac{150\,000}{x} = \frac{50\,000}{40\,000} \cdot \frac{4}{3} \rightarrow x = \frac{150\,000 \cdot 40\,000 \cdot 3}{50\,000 \cdot 4} = 90\,000 \text{ m}^3 \text{ de agua}$$

Se prevé que se consumirán 90 000 m³ de agua.

b)

Habitantes	Agua (m ³)	Meses
50 000	150 000	4
40 000	90 000	x

$$\frac{40\,000}{50\,000} \cdot \frac{150\,000}{90\,000} = \frac{4}{x} \rightarrow x = \frac{4 \cdot 50\,000 \cdot 90\,000}{40\,000 \cdot 150\,000} = 3 \text{ meses}$$

Durante 3 meses tendrán el abastecimiento asegurado.

4 ▶ PORCENTAJES

Página 64

Resuelve con una regla de tres

- De 100 ... hay reservadas ... 88 }
De x ... hay reservadas ... 418 }

- $\rightarrow x = \frac{100 \cdot 418}{88} = 475$

Resuelve con una regla de tres

- De 475 ... hay reservadas ... 418 }
De 100 ... hay reservadas ... x }

• $\rightarrow x = \frac{100 \cdot 418}{475} = 88$

1 Escribe el número decimal asociado a cada porcentaje:

- | | | |
|----------|----------|----------|
| a) 29 % | b) 83 % | c) 7 % |
| d) 2 % | e) 3,5 % | f) 130 % |
| g) 165 % | h) 200 % | i) 350 % |
-
- | | | |
|-----------------|------------------|----------------|
| a) 29 % = 0,29 | b) 83 % = 0,83 | c) 7 % = 0,07 |
| d) 2 % = 0,02 | e) 3,5 % = 0,035 | f) 130 % = 1,3 |
| g) 165 % = 1,65 | h) 200 % = 2 | i) 350 % = 3,5 |

2 ¿Qué porcentaje asocias a cada uno de estos números decimales?

- | | | |
|----------|---------|---------|
| a) 0,25 | b) 0,44 | c) 0,05 |
| d) 0,064 | e) 1,7 | f) 1,80 |
| g) 1,06 | h) 2,5 | i) 3,01 |
-
- | | | |
|------------------|----------------|-----------------|
| a) 0,25 = 25 % | b) 0,44 = 44 % | c) 0,05 = 5 % |
| d) 0,064 = 6,4 % | e) 1,7 = 170 % | f) 1,80 = 180 % |
| g) 1,06 = 106 % | h) 2,5 = 250 % | i) 3,01 = 301 % |

3 Calcula mentalmente.

- | | | |
|----------------|-----------------|----------------|
| a) 50 % de 428 | b) 75 % de 444 | c) 10 % de 63 |
| d) 40 % de 250 | e) 150 % de 150 | f) 150 % de 64 |
-
- | | | |
|----------------------|-----------------------|---------------------|
| a) 50 % de 428 = 214 | b) 75 % de 444 = 333 | c) 10 % de 63 = 6,3 |
| d) 40 % de 250 = 100 | e) 150 % de 150 = 225 | f) 150 % de 64 = 96 |

4 Calcula.

- | | | |
|------------------|------------------|-----------------|
| a) 22 % de 1 450 | b) 58 % de 120 | c) 2,5 % de 140 |
| d) 11 % de 416 | e) 14 % de 2 380 | f) 120 % de 685 |
-
- | | |
|---|---|
| a) 22 % de 1450 = $\frac{22 \cdot 1450}{100} = 319$ | b) 58 % de 120 = $\frac{58 \cdot 120}{100} = 69,6$ |
| c) 2,5 % de 140 = $\frac{2,5 \cdot 140}{100} = 3,5$ | d) 11 % de 416 = $\frac{11 \cdot 416}{100} = 45,76$ |
| e) 14 % de 2380 = $\frac{14 \cdot 2380}{100} = 333,2$ | f) 120 % de 685 = $\frac{120 \cdot 685}{100} = 822$ |

5 Calcula aproximando a las décimas.

- a) 27 % de 41 b) 42 % de 216 c) 79 % de 348
d) 14,8 % de 146 e) 5,3 % de 324 f) 112 % de 56

$$a) 27\% \text{ de } 41 = \frac{27 \cdot 41}{100} = 11,07 \approx 11,1$$

$$b) 42\% \text{ de } 216 = \frac{42 \cdot 216}{100} = 90,72 \approx 90,7$$

$$c) 79\% \text{ de } 348 = \frac{79 \cdot 348}{100} = 274,92 \approx 274,9$$

$$d) 14,8\% \text{ de } 146 = \frac{14,8 \cdot 146}{100} = 21,608 \approx 21,6$$

$$e) 5,3\% \text{ de } 324 = \frac{5,3 \cdot 324}{100} = 17,172 \approx 17,2$$

$$f) 112\% \text{ de } 56 = \frac{112 \cdot 56}{100} = 62,72 \approx 62,7$$

6 En una población que tiene 30 000 habitantes, el 27 % de ellos puede acceder a Internet desde su propio domicilio. ¿Cuántos habitantes disfrutan de dicho servicio?

$$27\% \text{ de } 30\,000 \text{ habitantes} = \frac{27 \cdot 30\,000}{100} = 8\,100 \text{ habitantes}$$

8 100 habitantes disfrutan de internet en su domicilio.

7 Una jugadora de baloncesto ha lanzado 18 veces a canasta y ha encestado 13. ¿Cuál es su porcentaje de aciertos?

$$\left. \begin{array}{l} \text{Ha encestado ... } 13 \text{ de } 18 \\ x \text{ de } 100 \end{array} \right\} \rightarrow x = \frac{13 \cdot 100}{18} = 72,2\%$$

La jugadora de baloncesto acierta un 72,2% de las veces.

8 Un comerciante del mercadillo abre su puesto, por la mañana, con 350 pares de calcetines y 240 pañuelos. Al cerrar, al mediodía, le quedan 210 pares de calcetines y 174 pañuelos. ¿Qué tanto por ciento ha vendido de cada mercancía?

Al cerrar, ha vendido $350 - 210 = 140$ pares de calcetines y $240 - 174 = 66$ pañuelos.

$$\left. \begin{array}{l} \text{Ha vendido ... } 140 \text{ de } 350 \\ x \text{ de } 100 \end{array} \right\} \rightarrow x = \frac{140 \cdot 100}{350} = 40\%$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{Ha vendido ... } 66 \text{ de } 240 \\ x \text{ de } 100 \end{array} \right\} \rightarrow x = \frac{66 \cdot 100}{240} = 27,5\%$$

El comerciante ha vendido 40% de calcetines y 27,5% de pañuelos.

9 Según las estadísticas de cierta región, el 44 % de los accidentes de tráfico tienen relación con el consumo de alcohol u otras drogas. ¿En cuántos de los 987 accidentes registrados el trimestre pasado se encontró presencia de alcohol u otro tipo de drogas?

$$44\% \text{ de } 987 = \frac{44 \cdot 987}{100} = 434,28 \text{ accidentes}$$

Se encontró presencia de alcohol u otro tipo de drogas en 434 accidentes.

- 10** Por el control del peaje de una autopista han pasado hoy 322 camiones, lo que supone un 18,4% del total de vehículos contabilizados. ¿Cuántos vehículos han pasado hoy ese control?

Vehículos que han pasado hoy el control $\rightarrow x$

$$18,4\% \text{ de } x = 322 \rightarrow x = \frac{322 \cdot 100}{18,4} = 1750$$

Hoy han pasado ese control 1750 vehículos.

- 11** Un portero de balonmano ha recibido en un partido 21 goles, con un porcentaje de paradas del 58%. ¿Cuántos tiros le han lanzado?

Tiros que le han lanzado al portero $\rightarrow x$

$$42\% \text{ de } x = 21 \rightarrow x = \frac{21 \cdot 100}{42} = 50$$

Durante el partido han lanzado 50 tiros al portero.

- 12** Un ferry presta su servicio de enlace entre dos ciudades costeras. De las 8340 personas transportadas este mes, 2650 eran turistas foráneos, y el resto, residentes en la zona. ¿Qué porcentaje de quienes utilizan el ferry reside en la zona?

Los usuarios del ferry que residen en la zona son $8340 - 2650 = 5690$ personas.

$$\left. \begin{array}{l} \text{De } 8340 \dots \text{ son residentes } \dots 5690 \\ \text{De } 100 \dots \text{ son residentes } \dots x \end{array} \right\} \rightarrow x = \frac{5690 \cdot 100}{8340} = 68,23\%$$

El 68,23% de los usuarios del ferry reside en la zona.

- 13** El 67% del aceite que vende un supermercado es de oliva; el 21%, de girasol, y el resto, de soja. Si se han vendido 132 litros de soja, ¿qué cantidad se ha vendido de las otras dos clases?

El porcentaje de aceite de soja que se ha vendido es un $100\% - (67\% + 21\%) = 12\%$.

Litros totales de aceite $\rightarrow x$

$$12\% \text{ de } x = 132 \rightarrow x = \frac{132 \cdot 100}{12} = 1100$$

En total hay 1100 litros de aceite entre todas las clases.

$$21\% \text{ de } 1100 = \frac{21 \cdot 1100}{100} = 231$$

$$67\% \text{ de } 1100 = \frac{67 \cdot 1100}{100} = 737$$

Se han vendido 737 litros de aceite de oliva y 231 litros de aceite de girasol.

- 14** De las 635 ovejas que tiene un rebaño, 286 de ellas dieron a luz un corderito en la pasada primavera. ¿Qué tanto por ciento de las ovejas del rebaño tuvieron un corderito la última primavera?

$$\left. \begin{array}{l} \text{De } 635 \dots \text{ dieron a luz } \dots 286 \\ \text{De } 100 \dots \text{ dieron a luz } \dots x \end{array} \right\} \rightarrow x = \frac{286 \cdot 100}{635} = 45,04\%$$

Un 45% de las ovejas dieron a luz a un corderito la última primavera.

5 ▶ AUMENTOS Y DISMINUCIONES PORCENTUALES

Página 66

Resuelve mentalmente

- ¿Qué obtengo al...

- | | |
|-------------------------------|--------------------------------|
| a) ... aumentar 80 en un 10%? | b) ... aumentar 300 en un 15%? |
| c) ... aumentar 50 en un 60%? | d) ... aumentar 500 en un 20%? |
| • a) $80 \cdot 1,1 = 88$ | b) $300 \cdot 1,15 = 345$ |
| c) $50 \cdot 1,6 = 80$ | d) $500 \cdot 1,2 = 600$ |

Resuelve mentalmente

- ¿Qué obtengo al...

- | | |
|--------------------------------|---------------------------------|
| a) ... disminuir 60 en un 10%? | b) ... disminuir 200 en un 15%? |
| c) ... disminuir 10 en un 60%? | d) ... disminuir 500 en un 20%? |
| • a) $60 \cdot 0,9 = 54$ | b) $200 \cdot 0,85 = 170$ |
| c) $10 \cdot 0,4 = 4$ | d) $500 \cdot 0,8 = 400$ |

Resuelve mentalmente

- Me gasto 5 € en una entrada para el cine, lo que supone el 25 % de mi paga. ¿Cuál es mi paga completa?

- $(5 : 25) \cdot 100 = 20$

Mi paga completa son 20 €.

Resuelve mentalmente

- Pago 9 € por una camiseta que costaba 12 €. ¿Qué tanto por ciento me han rebajado?

- $(9 : 12) = 0,75$

Me han rebajado un 25 %.

- 1 Un jugador juvenil de baloncesto mide 1,87 m y aún espera crecer un 10 % más. ¿Cuánto espera medir cuando esté en el campeonato sénior?

$$\left. \begin{array}{l} \text{Cantidad inicial} \rightarrow 1,87 \text{ m} \\ \text{Índice de variación} \rightarrow 1,1 \\ \text{Cantidad final} \rightarrow x \end{array} \right\} x = 1,87 \cdot 1,1 = 2,057$$

Cuando esté en el campeonato senior, medirá 2,057 m.

- 2 Un bosque, que tenía el año pasado medio millón de árboles aproximadamente, ha sufrido un incendio en el último verano que ha arrasado el 30 % de su superficie. ¿Cuántos árboles quedan en el bosque, aproximadamente?

$$\left. \begin{array}{l} \text{Cantidad inicial} \rightarrow 500\,000 \text{ árboles} \\ \text{Índice de variación} \rightarrow 0,7 \\ \text{Cantidad final} \rightarrow x \end{array} \right\} x = 500\,000 \cdot 0,7 = 350\,000$$

En el bosque quedan aproximadamente 350 000 árboles.

- 3 A una asalariada, que ganaba 1 400 euros al mes, le suben el suelo un 5 %. ¿Cuánto ganará a partir de ahora?

$$\left. \begin{array}{l} \text{Cantidad inicial} \rightarrow 1\,400 \text{ €} \\ \text{Índice de variación} \rightarrow 1,05 \\ \text{Cantidad final} \rightarrow x \end{array} \right\} x = 1\,400 \cdot 1,05 = 1\,470$$

A partir de ahora ganará 1 470 euros.

- 4 Un centro escolar, que tenía el curso pasado 780 alumnas y alumnos, ha registrado este año un descenso de su matrícula de un 10 %. ¿Cuántos alumnos y alumnas se han matriculado este año?

$$\left. \begin{array}{l} \text{Cantidad inicial} \rightarrow 780 \text{ alumnos} \\ \text{Índice de variación} \rightarrow 0,9 \\ \text{Cantidad final} \rightarrow x \end{array} \right\} x = 780 \cdot 0,9 = 702$$

Este año se han matriculado 702 alumnos y alumnas.

- 5 Una empresa facturó el año pasado 2,8 millones de euros, y este año, 3,5 millones. ¿En qué tanto por ciento ha aumentado la facturación respecto al año pasado?**

$$\left. \begin{array}{l} \text{Cantidad inicial} \rightarrow 2,8 \text{ millones} \\ \text{Índice de variación} \rightarrow x \\ \text{Cantidad final} \rightarrow 3,5 \text{ millones} \end{array} \right\} 2\,800\,000 \cdot x = 3\,500\,000 \rightarrow x = 1,25$$

La facturación ha aumentado un $125\% - 100\% = 25\%$ respecto al año pasado.

- 6 Un estudio sobre la población de buitres leonados en la comarca informa de que en la actualidad hay 180 parejas, lo que supone un descenso de un 35 % respecto a la población de hace veinticinco años. ¿Cuál era la población hace veinticinco años?**

$$\left. \begin{array}{l} \text{Cantidad inicial} \rightarrow x \\ \text{Índice de variación} \rightarrow 0,65 \\ \text{Cantidad final} \rightarrow 360 \text{ ejemplares} \end{array} \right\} x \cdot 0,65 = 360 \rightarrow x = 553,8$$

Hace veinticinco años había 554 buitres leonados.

- 7 Una persona gruesa, que pesaba 110 kg, se pone a régimen por orden del médico, y en dos meses baja a 95 kg. ¿Qué tanto por ciento del peso ha perdido?**

$$\left. \begin{array}{l} \text{Cantidad inicial} \rightarrow 110 \text{ kg} \\ \text{Índice de variación} \rightarrow x \\ \text{Cantidad final} \rightarrow 95 \text{ kg} \end{array} \right\} 110 \cdot x = 95 \rightarrow x = 0,86 \rightarrow 86\%$$

Ha perdido un $100\% - 86\% = 14\%$ de su peso.

- 8 Marta comprueba que, tras una salida de vacaciones de varios días, el saldo de su cuenta ha descendido un 15 %, quedando en 3 179 €. ¿Cuál era el saldo antes de los días de descanso?**

$$\left. \begin{array}{l} \text{Cantidad inicial} \rightarrow x \\ \text{Índice de variación} \rightarrow 0,85 \\ \text{Cantidad final} \rightarrow 3\,179 \text{ €} \end{array} \right\} x \cdot 0,85 = 3\,179 \rightarrow x = 3\,740$$

Antes de los días de descanso el saldo de Marta era de 3 740 €.

- 9 Un edificio, presupuestado inicialmente en un millón y medio de euros, costó finalmente dos millones cien mil euros. ¿En qué tanto por ciento el coste real superó al presupuestado?**

$$\left. \begin{array}{l} \text{Cantidad inicial} \rightarrow 1,5 \text{ millones} \\ \text{Índice de variación} \rightarrow x \\ \text{Cantidad final} \rightarrow 2,1 \text{ millones} \end{array} \right\} 1\,500\,000 \cdot x = 2\,100\,000 \rightarrow x = 1,4$$

El coste real superó en un $140\% - 100\% = 40\%$ al presupuestado.

- 10 El litro de gasolina ha subido un 2,5 % al inicio del periodo estival, llegando a 1,54 € el litro. ¿Cuál era el precio de la gasolina antes de la subida?**

$$\left. \begin{array}{l} \text{Cantidad inicial} \rightarrow x \\ \text{Índice de variación} \rightarrow 1,025 \\ \text{Cantidad final} \rightarrow 1,54 \text{ €/l} \end{array} \right\} x \cdot 1,025 = 1,54 \rightarrow x = 1,50$$

Antes de la subida, la gasolina costaba 1,50 €/l.

EJERCICIOS Y PROBLEMAS

Página 68

Practica

Cálculo mental

1 Reflexiona y responde.

- a) ¿Cuál es la razón de 6 y 9?
 b) ¿Qué número está con 15 en razón de dos a cinco?
 c) La razón de dos números es $\frac{2}{3}$. El segundo es 15. ¿Cuál es el primero?
- a) $\frac{6}{9} = \frac{2}{3}$ b) 6 c) 10

2 Copia y completa en tu cuaderno.

	16	80	160	600
50 %	8			
25 %				
75 %		60		
10 %				
20 %			32	
1 %				6

	16	80	160	600
50 %	8	40	80	300
25 %	4	20	40	150
75 %	12	60	120	450
10 %	1,6	8	16	60
20 %	3,2	16	32	120
1 %	0,16	0,8	1,6	6

3 Calcula el 30 % de los números de cada serie:

- a) 100 - 50 - 25 b) 150 - 250 - 350
 c) 10 - 20 - 30 d) 500 - 1 000 - 1 500
 a) 30 - 15 - 7,5 b) 45 - 75 - 105
 c) 3 - 6 - 9 d) 150 - 300 - 450

4 ¿Cuál es el valor de x en cada caso?

- a) 50 % de $x = 8$ b) 25 % de $x = 15$ c) 75 % de $x = 30$
 d) 10 % de $x = 40$ e) 5 % de $x = 6$ f) 20 % de $x = 10$
 a) $x = 16$ b) $x = 60$ c) $x = 40$
 d) $x = 400$ e) $x = 120$ f) $x = 50$

5 Resuelve.

- a) Aumenta 60 en un 25 %.
- b) Aumenta 250 en un 40 %.
- c) Disminuye 380 en un 10 %.
- d) Disminuye 300 en un 5 %.
- e) Disminuye 400 en un 90 %.

- a) $1,25 \cdot 60 = 75$
- b) $1,4 \cdot 250 = 350$
- c) $0,9 \cdot 380 = 342$
- d) $0,95 \cdot 300 = 285$
- e) $0,1 \cdot 400 = 40$

6 ¿Verdadero o falso?

- a) Multiplicar por 1,9 es aumentar un 9 %.
 - b) Multiplicar por 0,75 es rebajar un 25 %.
 - c) Calcular el 10 % es lo mismo que rebajar un 10 %.
 - d) Para disminuir un 1 %, se multiplica por 0,99.
- a) Falso. Para un aumento del 9 % habría que multiplicar por 1,09.
b) Verdadero.
c) Falso. Para calcular el 10 % se multiplica por 0,1. Para rebajar un 10 % se multiplica por 0,9.
d) Verdadero.

Razones, proporciones y porcentajes

7 Calcula tres pares de números...

- a) ... que estén en razón de 4 a 7.
- b) ... que estén en razón de 7 a 4.
- c) ... cuya razón sea igual a 0,75.
- d) ... cuya razón sea 1,5.

Respuesta abierta. Por ejemplo:

- a) 4 y 7; 8 y 11; 12 y 21
- b) 7 y 4; 14 y 8; 21 y 12
- c) 3 y 4; 6 y 8; 9 y 12
- d) 3 y 2; 6 y 4; 9 y 6

8 Calcula la razón de las edades, los pesos y las estaturas de Diana y Hércules, levantadores de peso.

	EDAD (años)	PESO (kg)	ALTURA (cm)
DIANA	28	65	160
HÉRCULES	21	78	180

Edad $\rightarrow \frac{28}{21} = \frac{4}{3}$

Peso $\rightarrow \frac{65}{78} = \frac{5}{6}$

Altura $\rightarrow \frac{160}{180} = \frac{8}{9}$

- 9 Copia y completa las siguientes tablas en tu cuaderno, teniendo en cuenta que las magnitudes A y B son directamente proporcionales y que las magnitudes P y Q son inversamente proporcionales:

A	1	2	3	6	10	40
B		3				
P	1	2	3	6	10	40
Q		30				

A	1	2	3	6	10	40
B	1,5	3	4,5	9	15	60

Cálculos: $3 : 2 = 1,5$; $1,5 \cdot 3 = 4,5$; $1,5 \cdot 6 = 9$; $1,5 \cdot 10 = 15$; $1,5 \cdot 40 = 60$

P	1	2	3	6	10	40
Q	60	30	20	10	6	1,5

Cálculos: $30 \cdot 2 = 60$; $60 : 3 = 20$; $60 : 6 = 10$; $60 : 10 = 6$; $60 : 40 = 1,5$

- 10 Calcula cada término desconocido:

a) $\frac{18}{40} = \frac{x}{24}$

b) $\frac{15}{21} = \frac{35}{x}$

c) $\frac{x}{56} = \frac{27}{63}$

d) $\frac{72}{x} = \frac{30}{45}$

a) $\frac{18}{40} = \frac{x}{24} \rightarrow x = \frac{18 \cdot 24}{40} = \frac{432}{40} = \frac{54}{5}$

b) $\frac{15}{21} = \frac{35}{x} \rightarrow x = \frac{21 \cdot 35}{15} = \frac{735}{15} = 49$

c) $\frac{x}{56} = \frac{27}{63} \rightarrow x = \frac{56 \cdot 27}{63} = \frac{1512}{63} = 24$

d) $\frac{72}{x} = \frac{30}{45} \rightarrow x = \frac{72 \cdot 45}{30} = \frac{3240}{30} = 108$

- 11 Escribe el número decimal asociado a cada porcentaje:

a) 87%

b) 16%

c) 1%

d) 9%

e) 2,6%

f) 14,4%

g) 138%

h) 215%

a) $87\% = 0,87$

b) $16\% = 0,16$

c) $1\% = 0,01$

d) $9\% = 0,09$

e) $2,6\% = 0,026$

f) $14,4\% = 0,144$

g) $138\% = 1,38$

h) $215\% = 2,15$

- 12 ¿Qué porcentaje asocias a cada número decimal?

a) 0,23

b) 0,04

c) 0,048

d) 0,146

e) 1,25

f) 1,05

g) 1,1

h) 2,00

a) 23%

b) 4%

c) 4,8%

d) 14,69%

e) 125%

f) 105%

g) 110%

h) 200%

13 Copia y completa esta tabla en tu cuaderno:

50 %	25 %		10 %	5 %		1 %
1/2		3/4			1/5	

50 %	25 %	75 %	10 %	5 %	20 %	1 %
1/2	1/4	3/4	1/10	1/20	1/5	1/100

14 Calcula.

a) 25 % de 3 574

c) 5,8 % de 600

e) 10 % de 14,90

$$a) 25 \% \text{ de } 3\,574 = \frac{25 \cdot 3\,574}{100} = 893,5$$

$$c) 5,8 \% \text{ de } 600 = \frac{5,8 \cdot 600}{100} = 34,8$$

$$e) 10 \% \text{ de } 14,90 = \frac{10 \cdot 14,90}{100} = 1,49$$

b) 7 % de 930

d) 17 % de 290

f) 150 % de 2 300

$$b) 7 \% \text{ de } 930 = \frac{7 \cdot 930}{100} = 65,1$$

$$d) 17 \% \text{ de } 290 = \frac{17 \cdot 290}{100} = 49,3$$

$$f) 150 \% \text{ de } 2\,300 = \frac{150 \cdot 2\,300}{100} = 3\,450$$

15 ¿Qué porcentaje representa?

a) 16 respecto a 200

c) 120 respecto a 400

e) 45 respecto a 150

g) 294 respecto a 840

$$a) 16 : 200 = 0,08 \rightarrow 8 \%$$

$$c) 120 : 400 = 0,3 \rightarrow 30 \%$$

$$e) 45 : 150 = 0,3 \rightarrow 30 \%$$

$$g) 294 : 840 = 0,35 \rightarrow 35 \%$$

b) 18 respecto a 300

d) 25 respecto a 500

f) 21 respecto a 350

h) 448 respecto a 1 400

$$b) 18 : 300 = 0,06 \rightarrow 6 \%$$

$$d) 25 : 500 = 0,05 \rightarrow 5 \%$$

$$f) 21 : 350 = 0,06 \rightarrow 6 \%$$

$$h) 448 : 1\,400 = 0,32 \rightarrow 32 \%$$

Resuelve problemas

16 Reflexiona y calcula.

- a) Los sueldos de Borja y Silvia están en razón de 8 a 9. Silvia gana 1 908 €. ¿Cuánto gana Borja?
- b) Ayer jugué un partido de baloncesto. La razón entre la duración oficial del partido (40 minutos) y el tiempo real, contando descansos, tiempos muertos, etc., fue de 4 a 7. ¿Cuánto duró realmente el partido?

$$a) \frac{8}{9} = \frac{x}{1908} \rightarrow x = \frac{8 \cdot 1908}{9} = 1696$$

Borja gana 1 696 €.

$$b) \frac{4}{7} = \frac{40}{x} \rightarrow x = \frac{40 \cdot 7}{4} = 70$$

El partido duró 70 minutos en realidad.

17 ¿En una población de 350 000 habitantes se venden 82 500 periódicos cada día. Estima el número de periódicos que se venderán en otra población de características similares con 275 000 habitantes.

Es una relación de proporcionalidad directa.

$$\left. \begin{array}{l} 350\,000 \text{ habitantes} \rightarrow 82\,500 \text{ periódicos} \\ 275\,000 \text{ habitantes} \rightarrow x \end{array} \right\}$$

$$\frac{350\,000}{275\,000} = \frac{82\,500}{x} \rightarrow x = \frac{275\,000 \cdot 82\,500}{350\,000} = 64\,821,43 \approx 64\,821 \text{ periódicos}$$

En una población de características similares con 270 000 habitantes se venderán unos 64 821 periódicos.

18 Veinticinco vacas comen una carga de heno en 12 días. ¿Durante cuánto tiempo abastecerá de heno esa misma carga a 30 vacas?

Es una relación de proporcionalidad inversa.

$$\left. \begin{array}{l} 25 \text{ vacas} \rightarrow 12 \text{ días} \\ 30 \text{ vacas} \rightarrow x \end{array} \right\} \rightarrow \frac{30}{25} = \frac{12}{x} \rightarrow x = \frac{12 \cdot 25}{30} = 10$$

Esa misma carga de heno podrá abastecerlas durante 10 días.

19 Una empresa de transporte cobra, por cada envío, un tanto fijo más una cantidad por kilogramo. Si por un paquete de 7 kg cobra 23,40 €, y por uno de 10 kg cobra 30 €, ¿cuánto cuesta un envío de 5 kg?

Si restamos ambos costes, obtenemos lo que cuesta transportar 3 kilos sin el coste fijo:

$$30 - 23,40 = 6,6 \text{ €}$$

$$\text{Cada kilo cuesta} \rightarrow 6,6 : 3 = 2,2 \text{ €}$$

$$\text{Coste fijo} \rightarrow 30 - 10 \cdot 2,2 = 30 - 22 = 8 \text{ €}$$

Por tanto, transportar un envío de 5 kg tendrá un coste de costará $8 + 2,2 \cdot 5 = 8 + 11 = 19 \text{ €}$.

- 20** Un tren de mercancías, a una media de 70 km/h, cubre un recorrido en 2 h 24 min. ¿Cuál ha sido la velocidad media de otro tren que ha hecho el mismo recorrido en 2 h 48 min?

$$\text{💡 } 2 \text{ h } 24 \text{ min} = \left(2 + \frac{24}{60}\right) \text{ h} = (2 + 0,4) \text{ h} = 2,4 \text{ h}$$



$$2 \text{ horas y } 24 \text{ min} = 2 + \frac{24}{60} = 2,4 \text{ horas}$$

$$2 \text{ horas y } 48 \text{ min} = 2 + \frac{48}{60} = 2,8 \text{ horas}$$

Es una relación de proporcionalidad inversa.

$$\left. \begin{array}{l} 70 \text{ km/h} \rightarrow 2,4 \text{ h} \\ x \rightarrow 2,8 \text{ h} \end{array} \right\} \rightarrow \frac{70}{x} = \frac{2,8}{2,4} \rightarrow x = \frac{2,4 \cdot 70}{2,8} = 60 \text{ km/h}$$

La velocidad media habrá sido de 60 km/h.

- 21** Una industria harinera comercializa sus productos en sacos de dos tamaños. La capacidad de un saco pequeño equivale a $\frac{2}{3}$ de la capacidad de uno grande. ¿Cuántos sacos pequeños necesita para envasar la producción de un día, si cuando lo hace en los grandes utiliza 850 unidades?

Un saco grande equivale a $\frac{3}{2}$ sacos pequeños.

Por tanto, 850 sacos grandes equivalen a $850 \cdot \frac{3}{2} = 1\,275$ sacos pequeños.

La industria harinera necesita 1 275 sacos pequeños.

- 22** Tres compañeros de piso pagan los gastos de agua de forma proporcional a lo que usan la ducha. Ana se ducha cada día; Pedro, cada 2 días, y Bego, cada 3. ¿Cómo tienen que repartirse el pago de los 23 € del recibo del agua?

💡 *En 6 días, Ana se ducha 6 veces; Pedro, 3, y Bego, 2, que son en total 11 duchas. ¿Qué fracción del total debe pagar cada uno?*

Ana debe pagar $\frac{6}{11}$ de 23 € = 12,55 €.

Pedro debe pagar $\frac{3}{11}$ de 23 € = 6,27 €.

Bego debe pagar $\frac{2}{11}$ de 23 € = 4,18 €.

- 23** Un mayorista de frutas compra una partida de k kilos de manzanas a 0,40 €/kg. ¿Qué cantidad habría adquirido con el mismo presupuesto si las hubiera pagado a 0,30 €/kg?

Es una relación de proporcionalidad inversa.

$$\left. \begin{array}{l} k \text{ kilos} \rightarrow 0,40 \text{ €} \\ x \rightarrow 0,30 \text{ €} \end{array} \right\} \rightarrow \frac{k}{x} = \frac{0,30}{0,40} \rightarrow x = \frac{0,40 \cdot k}{0,30} = \frac{4}{3}k$$

El mayorista habría adquirido $\frac{4}{3}k$ si hubiera pagado las manzanas a 0,30 €/kg, es decir, un tercio más de manzanas.

24 Un taller metalúrgico produce 4 800 tapacubos al día trabajando con cinco máquinas en dos turnos de 8 horas.

a) ¿Cuántos tapacubos producirá cada día, si se añade una máquina más y se aumenta a 10 el número de horas de cada turno?

b) ¿Cuántas horas debería durar cada turno para cubrir un cupo de 7 320 piezas al día con seis máquinas en funcionamiento?

a)

	P. DIRECTA		
	P. DIRECTA		
Tapacubos	Máquinas		Horas
4 800	5		8
x	6		10

$$\frac{4\,800}{x} = \frac{5}{6} \cdot \frac{8}{10} \rightarrow x = \frac{4\,800 \cdot 6 \cdot 10}{5 \cdot 8} = 7\,200 \text{ tapacubos}$$

Cada día producirá 7 200 tapacubos.

b)

	P. DIRECTA		
		P. INVERSA	
Tapacubos	Máquinas		Horas
4 800	5		8
7 320	6		x

$$\frac{4\,800}{7\,320} \cdot \frac{6}{5} = \frac{8}{x} \rightarrow x = \frac{8 \cdot 7\,320 \cdot 5}{4\,800 \cdot 6} = \frac{61}{6} = 10 \text{ horas y } 10 \text{ min}$$

Cada turno debería durar 10 horas y 10 min.

25 En un comedor de empresa, con 113 comensales, se han consumido 840 yogures en 20 días laborables.

¿Será suficiente una reserva de 200 yogures para los próximos cinco días en los que se prevé una afluencia media de 120 comensales/día?

	P. DIRECTA		P. DIRECTA
Comensales	Yogures		Días
113	840		20
120	x		5

$$\frac{113}{120} \cdot \frac{20}{5} = \frac{840}{x} \rightarrow x = \frac{840 \cdot 5 \cdot 120}{113 \cdot 20} = 223 \text{ yogures}$$

Para los próximos cinco días el comedor de empresa necesitará 223 yogures, por tanto, 200 yogures no serán suficientes.

- 26** Una piara de 23 cerdos se come, en 50 días, 2990 kg de pienso. ¿Cuántos días durarán 6240 kg de pienso a 75 cerdos?

	P. INVERSA	P. DIRECTA	
Cerdos	Días	Pienso	
23	50	2990	
75	x	6240	

$$\frac{50}{x} = \frac{75}{23} \cdot \frac{2990}{240} \rightarrow x = \frac{50 \cdot 23 \cdot 6240}{75 \cdot 2990} = 32 \text{ días}$$

El pienso durará 32 días.

- 27** Para recoger las olivas de una finca, se necesitan 10 personas a 8 h al día durante 40 días. ¿Cuántos días tardarán 4 personas a 5 h diarias?

	P. INVERSA	
Personas	Horas	Días
10	8	40
4	5	x

$$\frac{4}{10} \cdot \frac{5}{8} = \frac{40}{x} \rightarrow x = \frac{40 \cdot 10 \cdot 8}{4 \cdot 5} = 160 \text{ días}$$

Tardarán 160 días.

- 28** Para subir la temperatura de una pieza de hierro de 1240 g de 10 °C a 150 °C, se han necesitado 18228 cal.

¿Cuántas calorías se necesitarán para subir una pieza de hierro de 3480 g de 0 °C a 210 °C?

	P. DIRECTA	
Peso	Aumento de °C	Calorías
1240	140	18228
3480	210	x

$$\frac{1240}{3480} \cdot \frac{140}{210} = \frac{18228}{x} \rightarrow x = \frac{18228 \cdot 3480 \cdot 210}{1240 \cdot 140} = 76734 \text{ calorías}$$

Se necesitarán 76734 calorías.

29 Resuelve.

- a) Un ganadero vende el 20% de su rebaño, que tenía 640 ovejas ¿Cuántas ovejas ha vendido?

$$640 \cdot 0,20 = x \rightarrow x = \dots$$

- b) Pablo tenía ahorrados 640 € y se ha gastado 128 € en un videojuego. ¿Qué tanto por ciento de sus ahorros ha gastado?

$$640 \cdot \frac{P}{100} = 128 \rightarrow P\% = \dots$$

- c) En un pueblo hay 128 menores de edad, lo que supone el 20% de la población total. ¿Cuántos habitantes hay en total?

$$T \cdot 0,20 = 128 \rightarrow T = \dots$$

- a) $640 \cdot 0,20 = x \rightarrow x = 128$

Ha vendido 128 ovejas.

- b) $640 \cdot \frac{P}{100} = 128 \rightarrow P\% = \frac{128}{640} \cdot 100 = 20$

Ha gastado un 20% de sus ahorros.

- c) $T \cdot 0,20 = 128 \rightarrow T = 128 : 0,20 = 640$

En total hay 640 habitantes.

30 Dos sociedades tienen el 28,82 % y el 39,91 % de cierta compañía, y una tercera, el resto.

a) ¿Qué porcentaje tiene la tercera?

b) Si se han obtenido unos beneficios de 327 842 €, ¿cuánto le toca a la tercera?


a) $100 - 28,82 - 39,91 = 31,27$

La tercera sociedad tiene un 31,27 %

b) $327\,842 \cdot 0,3127 = 102\,516,20 \text{ €}$

A la tercera sociedad le tocan 102 516,20 €

31 En un partido de baloncesto, el equipo de casa ha lanzado 52 tiros y ha encestado 39. El equipo visitante ha lanzado 45 veces y ha conseguido 35 canastas. ¿Cuál de los dos ha tenido mejor porcentaje de aciertos?

 *El equipo de casa:*

De 52 tiros $\xrightarrow{\text{encesta}}$ 39

De 100 tiros $\xrightarrow{\text{encesta}}$...

El equipo de casa ha encestado 39 de 52 tiros $\rightarrow \frac{39}{52} \cdot 100 = 75 \%$

El equipo visitante ha encestado 35 de 45 tiros $\rightarrow \frac{35}{45} \cdot 100 = 77,78 \%$

El equipo de casa ha acertado un 75 % de las veces, y el equipo visitante ha acertado un 77,78 % de las veces, por tanto, han tenido mejor porcentaje de aciertos el equipo visitante.

32 La familia García ha pagado ya 39 de las mensualidades acordadas con la financiera para la compra de un coche. Así han abonado ya el 65 % del total. ¿Cuántas mensualidades quedan aún pendientes?

 *Ha pagado un 65 %, que son \rightarrow 39 mensualidades*


Le queda un ... %, que son \rightarrow ... mensualidades

Mensualidades totales $\rightarrow x$

$$65 \% \text{ de } x = 39 \rightarrow x = \frac{39 \cdot 100}{65} = 60$$

Quedan, aún pendientes, $60 - 39 = 21$ mensualidades.

33 En una población de 3 000 personas, 600 hacen deporte regularmente. ¿Qué porcentaje del total representan?

 *$x \% \text{ de } 3\,000 = 600$*

$$\frac{600}{3000} = 0,2 \rightarrow 20 \%$$

Representan un 20 %

34 Un cartero ha repartido el 36 % de las cartas que tenía. Si aún le quedan 1 184, ¿cuántas tenía antes de empezar el reparto?

 **64 % de $x = 1\,184$**

$100 - 36 = 64 \rightarrow$ Se queda el 64 % por repartir, que son 1 184 cartas.

$0,64 \cdot x = 1\,184 \rightarrow x = 1\,184 : 0,64 = 1\,850$

Antes de empezar el reparto tenía 1 850 cartas.

35 La tabla informa del caudal de un río, en m^3/s , a lo largo de un semestre.

E	F	M	A	My	J
5,2	5,9	6,5	8,3	9,1	6,3

Calcula la variación porcentual:


a) De enero a marzo. b) Entre marzo y mayo. c) De mayo a junio.

a) Índice de variación: $\frac{6,5}{5,2} = 1,25 \rightarrow$ Aumento del 25 %

b) Índice de variación: $\frac{9,1}{6,5} = 1,4 \rightarrow$ Aumento del 40 %

c) Índice de variación: $\frac{6,3}{9,1} = 0,69 \rightarrow$ Disminución del 31 %

36 El parque de atracciones ha recibido en julio 18 300 visitantes, y en agosto, un 12 % más que en julio. ¿Cuántas personas han visitado el parque en agosto?

 **Aumento de un 12 %:**

Índice % $\rightarrow 100 \% + 12 \% = 112 \% \rightarrow 1,12$

$C_{\text{inicial}} \cdot I_{\%} = C_{\text{final}}$

Cantidad inicial $\rightarrow 18\,300$ visitantes	}	$18\,300 \cdot 1,12 = x \rightarrow x = 20\,496$
Índice de variación $\rightarrow 1,12$		
Cantidad final $\rightarrow x$		

En agosto han visitado el parque de atracciones 20 496 personas.

37 Unas acciones que valían a principios de año 13,70 € han subido un 35 %. ¿Cuánto valen ahora?

$13,70 \cdot 1,35 = 18,495$

Ahora valen 18,495 €

38 En una ciudad había 69 580 personas desempleadas. Si han disminuido un 15 %, ¿cuántas hay ahora?

 **Disminución de un 15 %:**

Índice % $\rightarrow 100 \% - 15 \% = 85 \% \rightarrow 0,85$

$C_{\text{inicial}} \cdot I_{\%} = C_{\text{final}}$

$100 - 15 = 85 \rightarrow 0,85$

$69\,580 \cdot 0,85 = 59\,143$

Ahora hay 59 143 personas desempleadas.

- 39** La entrada para el cine cuesta 7,50 €, y para las personas jubiladas, un 40 % menos. ¿Cuánto le cuesta una entrada a una persona jubilada?

$$100 - 40 = 60 \rightarrow 0,60$$

$$7,50 \cdot 0,60 = 4,50$$

La entrada a una persona jubilada le cuesta 4,50 €

- 40** El agua recogida en un pantano, 690 hm³, ha disminuido un 23 %. ¿Cuánta agua hay ahora?

$$100 - 23 = 77 \rightarrow 0,77$$

$$690 \cdot 0,77 = 531,3$$

Ahora hay 531,3 hm³ de agua. €

- 41** Calcula el importe final de estas facturas, tras cargarles el 21 % de IVA:

800 €

32 €

57,40 €

361,28 €

Un aumento del 21 % → Índice de variación 1,21

$$800 \cdot 1,21 = 968 \text{ €} \quad 32 \cdot 1,21 = 38,72 \text{ €}$$

$$57,40 \cdot 1,21 = 69,45 \text{ €} \quad 361,28 \cdot 1,21 = 437,15 \text{ €}$$

- 42** Calcula el nuevo precio de estos artículos al aplicarles una rebaja del 30 %:



$$8 \cdot 0,7 = 19,6 \text{ €}$$

$$120 \cdot 0,7 = 84 \text{ €}$$

$$35 \cdot 0,7 = 24,5 \text{ €}$$

$$50,80 \cdot 0,7 = 35,56 \text{ €}$$

- 43** Al estirar una goma elástica, su longitud aumenta un 30 % y, en esa posición, mide 104 cm. ¿Cuánto mide sin estirar?

💡 Índice % → $1 + 0,30 = 1,30$

$$C_{inicial} \cdot I\% = C_{final}$$

$$30\% \rightarrow 0,30 \rightarrow 1,30$$

$$x \cdot 1,30 = 104 \rightarrow x = 104 : 1,30 = 80$$

La goma mide 80 cm sin estirar.

- 44** En unas rebajas en las que se hace el 30 % de descuento, Roberto ha comprado una cámara fotográfica por 50,40 €. ¿Cuál era su precio inicial?

💡 Índice % → $1 - 0,30 = 0,70$

$$C_{inicial} \cdot I\% = C_{final}$$

$$100 - 30 = 70 \rightarrow 0,7$$

$$x \cdot 0,7 = 50,40 \rightarrow x = 50,40 : 0,7 = 72$$


El precio inicial era 72 €.

45 Mañana se celebra el día sin IVA en una tienda de productos tecnológicos. Sabiendo que el IVA es del 21 %, indica en cuánto se quedará cada uno de los artículos siguientes:

a) Televisor: 992,20 €

b) Tableta: 199,65 €

c) Patinete eléctrico: 302,50 €

 Sin IVA Con IVA

$$32 \text{ €} \xrightarrow{\cdot 1,21} 38,72 \text{ €}$$

$$32 \text{ €} \xleftarrow{: 1,21} 38,72 \text{ €}$$

a) $x \cdot 1,21 = 992,20 \rightarrow x = 992,20 : 1,21 = 820$

El televisor se queda en 820 €

b) $x \cdot 1,21 = 199,65 \rightarrow x = 199,65 : 1,21 = 165$

La tableta se queda en 165 €

a) $x \cdot 1,21 = 302,50 \rightarrow x = 302,50 : 1,21 = 250$

El patinete eléctrico se queda en 250 €

46 El precio de una batidora, después de cargarle un 21 % de IVA, es de 72,60 €. ¿Cuál es su precio antes de cargarle ese impuesto?

$$x \cdot 1,21 = 72,60 \rightarrow x = 72,60 : 1,21 = 60$$

Su precio era de 60 €

47 Un hospital registra, por término medio, un descenso de un 60 % en la atención de urgencias cuando hay un partido de fútbol de la selección. Hoy ha habido partido y el servicio de urgencias ha registrado 148 actuaciones. Con ese dato, estima el número de actuaciones en un día normal.

$$\left. \begin{array}{l} \text{Cantidad inicial} \rightarrow x \\ \text{Índice de variación} \rightarrow 0,4 \\ \text{Cantidad final} \rightarrow 148 \text{ actuaciones} \end{array} \right\} x \cdot 0,4 = 148 \rightarrow x = 370$$

El número de actuaciones en un día normal es 370.

48 A finales de agosto, un pantano tiene un 20 % menos de agua que en julio. Y a finales de julio, un 15 % menos que en junio. ¿Qué porcentaje ha descendido en total?

$$\text{Disminución del 20 \%} \rightarrow \text{Índice de variación } 0,8$$

$$\text{Disminución del 15 \%} \rightarrow \text{Índice de variación } 0,85$$

$$0,85 \cdot 0,8 = 0,68 \rightarrow \text{Disminución del 32 \%}$$

Ha descendido un 32 % en los dos meses.

49 Un vehículo realiza un viaje de ida y vuelta. En la ida hace una media de 85 km/h, y en la vuelta, con más tráfico, una media de 68 km/h. ¿En qué tanto por ciento la velocidad de vuelta ha sido inferior a la velocidad de ida?

$$\left. \begin{array}{l} \text{Cantidad inicial} \rightarrow 85 \text{ km/h} \\ \text{Índice de variación} \rightarrow x \\ \text{Cantidad final} \rightarrow 68 \text{ km/h} \end{array} \right\} 85 \cdot x = 68 \rightarrow x = 0,8$$

La velocidad de vuelta ha sido un $100 \% - 80 \% = 20 \%$ inferior que la velocidad de ida.

50 Un comerciante aumenta el precio de sus productos un 30 % y, después, pretendiendo dejarlos al precio inicial, los rebaja un 30 %.

a) Un ordenador que inicialmente costaba 1 000 €, ¿cuánto costará en cada paso del proceso?

b) ¿Cuál es la variación porcentual total que sufren los artículos respecto al precio inicial?

$$\text{a) Aumento del 30 \%} \rightarrow 1\,000 \cdot 1,30 = 1\,300 \text{ €}$$

$$\text{Descuento del 30 \%} \rightarrow 1\,300 \cdot 0,70 = 910 \text{ €}$$

$$\text{b) } 1,30 \cdot 0,70 = 0,91 \rightarrow \text{Descuento del 9 \%}$$

AUTOEVALUACIÓN

Página 71

1 Escribe dos números, comprendidos entre 50 y 100, que estén en razón de 5 a 8.

Respuesta abierta. Por ejemplo 55 y 88.

2 Calcula el término desconocido en cada proporción:

a) $\frac{15}{24} = \frac{35}{x}$

b) $\frac{55}{30} = \frac{x}{18}$

a) $\frac{15}{24} = \frac{35}{x} \rightarrow x = \frac{35 \cdot 24}{15} = 56$

b) $\frac{55}{30} = \frac{x}{18} \rightarrow x = \frac{55 \cdot 18}{30} = 33$

3 Calcula.

a) 24% de 375

b) 115% de 240

c) 6% de 835

d) 8,5% de 984

a) $375 \cdot 0,24 = 90$

b) $240 \cdot 1,154 = 276$

c) $835 \cdot 0,06 = 50,1$

d) $984 \cdot 0,085 = 83,64$

4 ¿Qué porcentaje representa?

a) 90 respecto a 200

b) 15 respecto a 300

c) 91 respecto a 260

c) 360 respecto a 300

a) $90 : 200 = 0,45 \rightarrow 45\%$

b) $15 : 300 = 0,05 \rightarrow 5\%$

c) $91 : 260 = 0,35 \rightarrow 35\%$

d) $360 : 300 = 1,2 \rightarrow 120\%$

5 Las ventas de una gasolinera suben en un 35% durante el fin de semana. Si en un día normal vende, por término medio, 14 800 litros, ¿cuáles son, redondeando a los miles de litros, las ventas en un día del fin de semana?

$35\% \rightarrow 1,35$

$14\,800 \cdot 1,35 = 19\,980 \sim 20\,000$

En un día de fin de semana vende unos 20 000 L

6 Una población de 150 000 habitantes tiene 98 000 coches matriculados. Estima el número de coches matriculados en otra población, de características similares, con 180 000 habitantes.

$$\frac{98000}{150000} = \frac{x}{180000} \rightarrow x = \frac{98000 \cdot 180000}{150000} = 117600$$

Habrán unos 117 600 coches matriculados.

7 Resuelve.

- a) He tirado 40 veces a canasta y he encestado 28. ¿Cuál ha sido el porcentaje de aciertos?
 b) Las 13 chicas que estamos en el equipo de ajedrez somos el 55 % del total. ¿Cuántas personas formamos el equipo?
 c) Marta ha pagado 484,50 € por un ordenador que estaba rebajado un 15 %. ¿Cuánto costaba sin rebaja?

a) $28 : 40 = 0,7 \rightarrow 70\%$

b) $x \cdot 0,55 = 13 \rightarrow x = 13 : 0,55 \approx 23,63$

El equipo lo forman 24 personas.

c) $x \cdot 0,85 = 484,50 \rightarrow x = 484,50 : 0,85 = 570$

Costaba 570 € sin rebajar.

8 Hemos empleado 5 días y 2 horas en hacer una ruta en bicicleta de 384 km, pedaleando 6 h al día. Si siempre vamos a la misma velocidad media:

- a) ¿Qué distancia recorrimos cada día?
 b) Si pedaleamos 5 h al día, ¿cuántos días necesitaremos para hacer 600 km?

Para hacer 384 km hemos empleado $6 \cdot 5 + 2 = 32$ horas.

a) $384 : 32 = 12 \rightarrow$ Cada hora recorrimos 12 km.

Durante los cinco primeros días, recorrimos $12 \cdot 6 = 72$ km cada día. El sexto día recorrimos $12 \cdot 2 = 24$ km.

b) Cada día haremos $5 \cdot 12 = 60$ km.

Por tanto, necesitaremos $600 : 60 = 10$ días para recorrer 600 km.

9 Una fábrica de automóviles con cuatro cadenas de montaje, funcionando en jornadas de 18 horas, tiene previsto cubrir un cupo de producción en quince días. ¿Cuánto tardará en cubrir ese mismo cupo si se estropea una de las cadenas de montaje y las otras tres aumentan su jornada a 20 horas?

	P. INVERSA	
Cadenas	Horas	Días
4	18	15
3	20	x

$$\frac{3}{4} \cdot \frac{20}{18} = \frac{15}{x} \rightarrow x = \frac{15 \cdot 4 \cdot 18}{3 \cdot 20} = 18 \text{ días}$$

Tardarán 18 días en cubrir el pedido.

CURIOSIDADES MATEMÁTICAS

Página 71

¡No es lo mismo!

- En un equipo de fútbol de primera división, el portero titular cobra 800 000 €, y el delantero estrella, 1 000 000 €.



- a) ¿Qué tanto por ciento tendría que aumentar el sueldo del portero para que ganara lo mismo que el delantero?
- b) ¿Qué tanto por ciento tendría que disminuir el sueldo del delantero para que ganara lo mismo que el portero?

$$\left. \begin{array}{l} \text{Cantidad inicial} \rightarrow 800\,000 \text{ €} \\ \text{a) Índice de variación} \rightarrow x \\ \text{Cantidad final} \rightarrow 1\,000\,000 \text{ €} \end{array} \right\} 800\,000 \cdot x = 1\,000\,000 \rightarrow x = 1,25$$

Para ganar lo mismo que la estrella del equipo, debería aumentar un 25 % su ficha.

$$\left. \begin{array}{l} \text{Cantidad inicial} \rightarrow 1\,000\,000 \text{ €} \\ \text{b) Índice de variación} \rightarrow x \\ \text{Cantidad final} \rightarrow 800\,000 \text{ €} \end{array} \right\} 1\,000\,000 \cdot x = 800\,000 \rightarrow x = 0,8$$

Para ganar lo mismo que el guardameta titular debería rebajar un 20 % su ficha.